Übungen zur Vorlesung „Analysis auf Mannigfaltigkeiten“ im WS 2002/03

Blatt 7 12. Dezember 2002

---

1 Sei W ein Clifford-Bündel über der riemannschen Mannigfaltigkeit (M, g). Sei $D_x : \Gamma(W \boxtimes W) \to \Gamma(W \boxtimes W)$ der Dirac-Operator in der 1. Komponente und D_y der Dirac-Operator in der 2. Komponente. Zeigen Sie:

(a) Die Norm

$$\|\varphi\| := \sqrt{\sum_{i=0}^{k} \|D_x \varphi\|^2_{L^2(W\boxtimes W)} + \sum_{i=0}^{k} \|D_y \varphi\|^2_{L^2(W\boxtimes W)}}$$

ist äquivalent zur Sobolev-k-Norm auf $W^k(W \boxtimes W)$.

(b) Sei $M = S^1$ und $W = \Lambda^* T^* M$. Zeigen Sie, dass $D_x + D_y$ einen unendlich-dimensionalen Kern besitzt.

(c) Sei $(\varphi_i \mid i \in \mathbb{Z})$ eine Familie von L^2-orthonormale Eigenspinoren zu D zum Eigenwert λ_i, die eine Basis von $L^2(W)$ bilden. Dann ist $(\varphi_i(x) \otimes \varphi_j(y) \mid i, j \in \mathbb{Z})$ eine L^2-orthonormale Basis von $L^2(W \boxtimes W)$.

Abgabe: bis Mittwoch, 18.12.02 oder spätestens am darauf folgenden Donnerstag.

`http://www.math.uni-hamburg.de/home/ammann/analysis`