

Topologie II 8. Übungsblatt

Aufgabe 1

Seien A und K disjunkte Teilmengen einer topologischen Mannigfaltigkeit X . Angenommen, A sei abgeschlossen und K sei kompakt. Zeigen Sie, dass es offene Teilmengen U und V in X gibt mit $A \subset U$, $K \subset V$ und $U \cap V = \emptyset$.
(Hinweis: fangen Sie mit dem Fall $K = \{p\}$ an.)

Aufgabe 2

Sei X ein topologischer Raum. Zeigen Sie, dass die in der Vorlesung definierte Abbildung $H_c^q(X) \longrightarrow Z_c^q(X)/B_c^q(X)$ ein Modulisomorphismus ist.

Aufgabe 3

Sei X ein nichtkompakter wegzusammenhängender topologischer Raum. Zeigen Sie, dass dann $H_c^0(X) = 0$ gilt.

Aufgabe 4

- (a) Zeigen Sie, dass der Kolimes exakter Sequenzen wieder exakt ist.
- (b) Sei $(C_\bullet^\alpha, f_\bullet^{\alpha\beta})$ ein gerichtetes System von Kettenkomplexen (mit Kettenabbildungen $f_\bullet^{\alpha\beta} : C_\bullet^\alpha \longrightarrow C_\bullet^\beta$ für alle $\alpha \leq \beta$). Zeigen Sie, dass dann $H_q(\varinjlim_\alpha C_\bullet^\alpha) = \varinjlim_\alpha H_q(C_\bullet^\alpha)$ gilt, für alle $q \in \mathbb{Z}$.

Abgabe der Lösungen: **Donnerstag 30.6.2011** vor der Vorlesung.